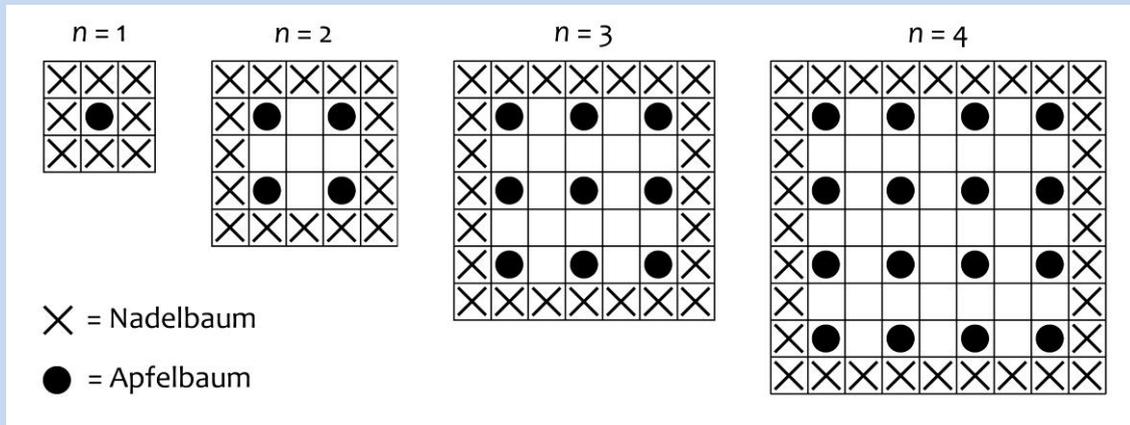


Äpfel- und Nadelbäume:

Ein Bauer pflanzt Apfelbäume an, die er in einem quadratischen Muster anordnet. Um diese Bäume vor dem Wind zu schützen, pflanzt er Nadelbäume um den Obstgarten herum. Im folgenden Diagramm siehst du das Muster, nach dem Apfelbäume und Nadelbäume für eine beliebige Anzahl (n) von Apfelbaumreihen gepflanzt werden:



Frage 1: Vervollständige die Tabelle

n	Anzahl Apfelbäume	Anzahl Nadelbäume
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Das Schöne an dieser Aufgabe ist, dass man sie auf mehrfache Weise lösen kann. Eine Möglichkeit wäre, tatsächlich in den Zeichnungen abzuzählen, wie viele Nadelbäume bei $n=2$ vorliegen, dann wie viele Apfel- und Nadelbäume bei $n=3$ und bei $n=4$ eingetragen sind. Sehr zeitaufwendig wäre es, wenn man auch für $n=5$ eine Zeichnung entwirft und danach die Bäume zählt. Geschickter ist, wer aus der bisherigen Folge der Anzahlen der Apfelbäume, nämlich 1, 4, 9, 16 erkennt, dass es sich hier um die Quadratzahlen handelt. Darum kann man sofort erraten – das ist ein sinnvolles Erraten, durchaus PISA-tauglich! –, dass bei $n=5$ die Zahl der Apfelbäume auf 25 angewachsen sein wird. Und wenn man die Folge der Anzahlen der Nadelbäume, nämlich 8, 16, 24, 32 ansieht, entdeckt man an ihr die Vielfachen von 8. Darum wird man sie für $n=5$ mit 40 ergänzen.

Mathematisch Begabte erkennen das sehr schnell und gewinnen so Zeit für andere Beispiele. Sie raten nicht, sondern sie finden die Lösung durch geschicktes Denken. Aber auch weniger Begabte können, zwar etwas langsamer, zum gleichen Ziel gelangen.

Frage 2: Es gibt einen Wert für n , bei dem die Anzahl der Apfelbäume gleich groß ist wie die Anzahl der Nadelbäume. Bestimme diesen Wert und gib an, wie du ihn berechnet hast.

Die Mathematik-Profis erledigen das mit Formeln. Doch es geht auch anders: Man braucht für die Antwort gar keine Formeln; es genügt, so zu überlegen: Probieren wir $n = 7$: Da hat man 7×7 Apfel-, aber 7×8 Nadelbäume – mehr Nadel- als Apfelbäume. Schon erkennt man, dass $n = 8$ die Antwort auf die Frage sein muss, denn genau in diesem Fall gibt es sowohl 8×8 Apfel- wie Nadelbäume. Und man erkennt zusätzlich: Wenn n größer als 8 wird, also bei einem riesigen Garten, wird die Anzahl der Apfelbäume die der Nadelbäume weit überschreiten. Was angesichts der Zeichnungen für $n = 1, 2, 3$ oder 4, bei denen man viel mehr Nadel- als Apfelbäume sieht, ganz unglaublich klingt.